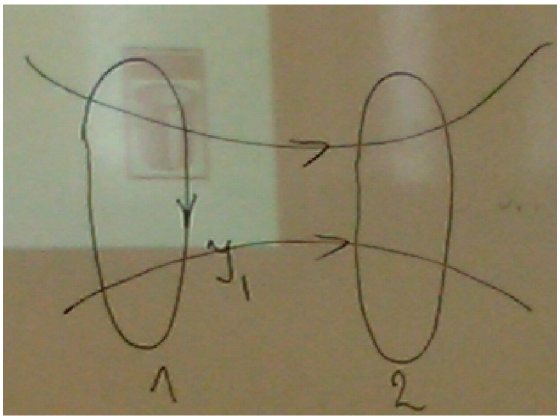
Взаимная индуктивность.
Явление взаимной индукции.



$\psi_2 \sim \varphi_2 \sim B_1 \sim I_1$

Коэффициент пропорциональности обозначают L_{21}

$\psi_2 \sim I_1$, $\psi_2 = L_{21} I_1$, $\psi_1 = L_{12} I_2$ - эти выражения служат статическим определением взаимной индуктивности.

Взаимная индуктивность — это коэффициент пропорциональности между током в одном контуре и потокосцеплением, связанным с другим контуром.

Если ток меняется, то меняется поток и в другом контуре возникает ЭДС.

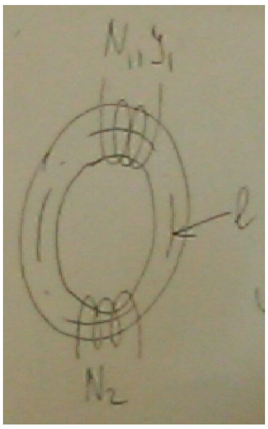
$$\mathrm{E}_{i2} = \frac{d\psi}{dt} = \frac{d}{dt}(L_{21} I_1)$$

$L_{21} = const$ $\mathrm{E}_{i2} = -L_{21}\frac{dI_1}{dt}$, $\mathrm{E}_{i1} = -L_{12}\frac{dI_2}{dt}$ - динамическое определение взаимной индуктивности.

Это коэффициент пропорциональности между скоростью изменения тока в одном контуре и ЭДС взаимной индукции, возникающей в другом конутре.

$$L_{21} = L_{12}$$

Взаимная индуктивность двух контуров, намотанных на тороидальный сердечник



По теореме о циркуляции $Hl = N_1 I_1$ $\Rightarrow$ $H = \frac{N_1 I_1}{l}$

$$\psi_2 = N_2 \varphi_2 = N_2 BS = N_2 \mu\mu_0 H S$$

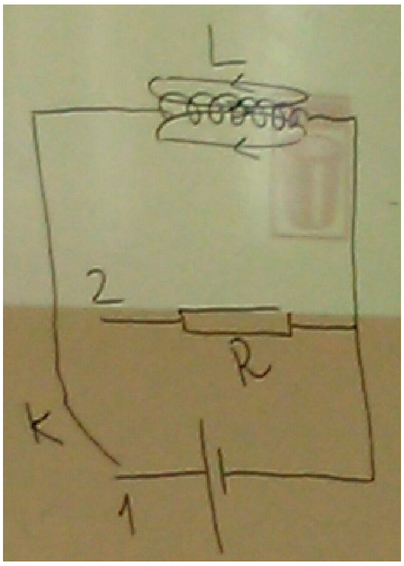
$$\psi_2 N_2 \mu\mu_0 \frac{N_1 I_1}{l} S = \frac{S}{l}\mu\mu_0 N N_2 I_1$$

$$\psi_2 = L_{21} I_1$$

$$L_{21} = \frac{S}{l}\mu\mu_0 N_1 N_2$$

$$L_{12} = \frac{S}{l}\mu\mu_0 N_1 N_2$$

Энергия магнитного поля катушки с током



Ключ в положении 1 и по катушке течёт ток I и создаётся магнитное поле, сопротивление R - холодное, ключ резко в положении 2, ток в цепи протекает через R и постепенно убывает. В итоге, магнитное поле исчезает, а R нагревается. Вывод: магнитное поле является носителем энергии.
Из определения электродвижущей силы: $dA=\mathcal{E}_{si}\,dq$

$$\mathcal{E}=\frac{A}{q}$$

$\mathcal{E}_{si}=-L\frac{dI}{dt}$, $dq=I\,dt$, $dA=-L\frac{dI}{dt}I\,dt=-L\,I\,dI$, из универсального закона сохранения энергии, следует, что энергия магнитного поля равна элементарной работе:

$dW=dA$. Тогда полная энергия: $W=-\int\limits_{I}^{0}L\,I\,dI$ $\Rightarrow$

$W=\frac{LI^2}{2}$ - энергия магнитного поля катушки с током.

Объемная плотность энергии магнитного поля

Имеется соленоид, индуктивность L , ток I

$W=\frac{LI^2}{2}$, $L=\mu\mu_0 n^2 V$, $B=\mu\mu_0 n I$, $\mu\mu_0 H=\mu\mu_0 N I$ $\Rightarrow$ $H=N I$ $\Rightarrow$ $i=\frac{H}{N}$

$W=\frac{1}{2}\mu\mu_0 n^2 V\frac{H^2}{n^2}=\frac{\mu\mu_0 H^2}{2}V$ - энергия магнитного поля соленоида.

Поле внутри соленоида однородное, энергия распределена равномерно.

$\boxed{W=\frac{W}{V}}$, $\boxed{W=\frac{\mu\mu_0 H^2}{2}}$ - определение объемной плотности энергии.

$B=\mu\mu_0 H$, $w=\frac{B H}{2}$

$w=\frac{B^2}{2\mu\mu_0}$ - объемная плотность энергии магнитного поля

Вихревое электрическое поле

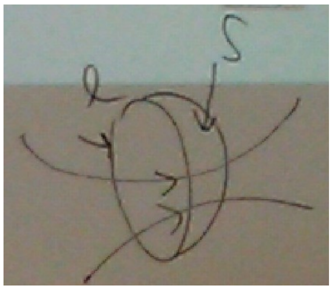
Имеется проволочный контур, при изменении магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром, у неё возникает ЭДС индукции ($\mathcal{E}_i$), если контур замкнут, то у него протекает индукционный ток. Контур неподвижен, в нём нет химических превращений, магнитные силы работу не совершают. Спрашивается, почему же ток течёт? Максвелл предположил, что изменяющееся магнитное поле, приводит к появлению в окружающем пространстве изменяющегося электрического поля, а проволочный контур нужен лишь для того, чтобы обнаружить появление электрического поля по индукционному току.

Напряженность этого поля обозначим вот так: $\vec{E}_B$, а напряженность поля, создаваемое зарядами так: $\vec{E}_q$

$\vec{E}=\vec{E}_B+\vec{E}_q$

Именно циркуляция E_B даёт ЭДС действующую в контуре, то есть ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$

$$\mathcal{E}_i = \oint_e E_{Bl}\, dl$$



С другой стороны, $\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S B_n\, dS$

$$\oint_l E_{Bl} dl = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S B_n\, d\,S$$

$$\oint_l E_l\, dl \;=\; \oint_l (E_{Bl} + E_{ql})\, dl = \oint_l E_{Bl}\, dl + \oint_l E_{ql}\, dl = -\frac{\partial}{\partial l}\int_S B_n\, dS$$

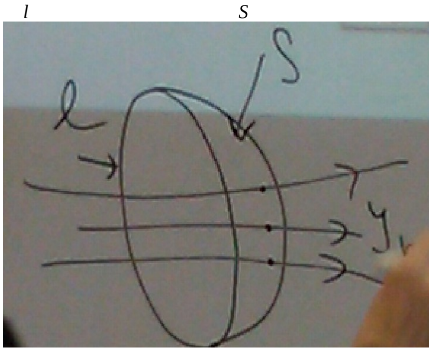
$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_{ql}\, dl$$

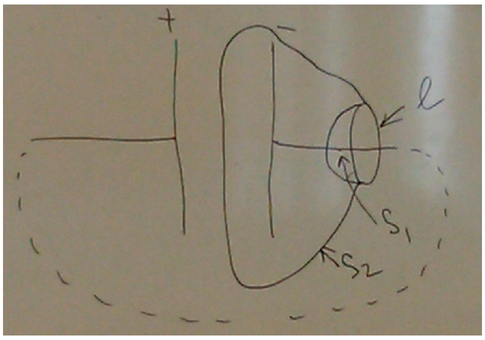
$$\varphi_1 - \varphi_2 = \oint_1^1 E_{ql}\, dl = 0$$

С циркуляцией любого вектора связана некоторая характеристика, которая называется ротором или вихрем. По скольку циркуляция E_{Bl} не равна нулю, вихрь, не равен нулю и возникающее поле называется вихревым. Линии вихревого электрического поля, также как и для магнитного поля, всегда замкнуты.

Ток смещения

$$\oint_l H_l\, dl = \sum I_K = \int_S j_n\, dS$$





$$\sum I_K = \int_S j_n\, dS$$

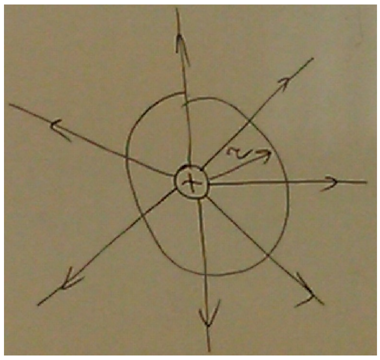
Для поверхности S_1 с теоремой о циркуляции всё понятно.
Максвелл предложил добавить в правую часть ещё одно слагаемое. Размерность у него должна быть такая же, как у плотности тока. Обозначается $j_{см}$, называется током смещения. И можно показать, что ток смещения — это изменяющееся во времени электрическое поле и $j_{см} = \frac{\partial D}{\partial t}$, $D = \varepsilon\varepsilon_0 E$

$$\oint_l H_l\, dl = \int_S j_n\, dS = \frac{\partial}{\partial t}\int_S P_n\, dS$$ $j_н$ — плотность тока проводимости.

Ток смещения имеется всегда, если есть переменное электрическое поле.

$$\oint_S E_n\, dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i$$ - теорема Гаусса

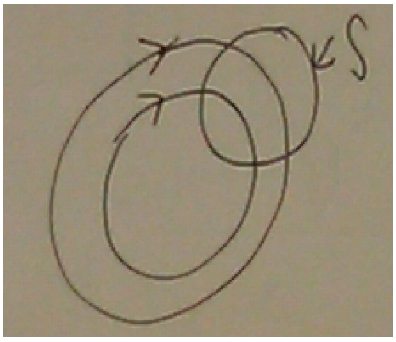
$$D = \mathrm{E}_0 E$$
$$\oint_S D_n \, dS = \sum q_i$$
$$\sum q_i = \int_V \rho \, dV$$
$$\rho = \frac{dq}{dV}$$
$$\Phi_E = \frac{q}{\mathrm{E}_0}$$



По величине E судят по густоте линий. Договорились через единичную площадку, перпендикулярную силовым линиям проводить число линий, равное значению E на этой площадке.

$$N = (\textit{густота линий}) \cdot (\textit{площадь сферы}) = \frac{1}{\pi \mathrm{E}_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot 4 \pi r^2 = \frac{q}{\mathrm{E}_0}$$

Если заряды разноименные, то поток вектора E, он равен N_выходящих — N_входящих:
$$\Phi_E = N_{выход} - N_{вход}$$
Силовые линии магнитного поля строятся по тем же правилам, поэтому поток вектора.
$$\Phi_B = \oint_S B_n \, dS = N_{выход} - N_{вход} = 0$$



$$\oint_S B_n \, dS = 0$$

Уравнения Максвелла

Открытие Максвеллом тока смещения уравняла в правах электрическое и магнитные поля и позволило создать единую теорию электромагнитных явлений. Эта теория объяснила уже имеющиеся экспериментальные факты и позволила предсказать новые явления, так из уравнений Максвелла вытекает существование электромагнитных волн, которые в вакууме распространяются со скоростью света и это послужило основе электромагнитной теории света. Таким образом, имеется единое электромагнитное поле, а разделение его на чисто электрическое и чисто магнитное поле носит методический характер (для удобства).

Теория Максвелла сформулирована в виде так называемых уравнений Максвелла, эта теория носит феноменологический или описательный характер.

Уравнения Максвелла имеют следующий вид:

1. $\oint_l E_l dl = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S B_n dS$
2. $\oint_S B_n dS = 0$
3. $\oint_l H_l dl = \int_s j_n dS + \frac{\partial}{\partial t}\int_S D_n dS$
4. $\oint_S D_n dS = \int_V \rho\, dV$

Они позволяют по заданному распределению зарядовых токов рассчитывать характеристики полей.

Первые два уравнения содержат основные характеристики электрического и магнитного полей. Вторые два — вспомогательные характеристики: H и D. Уравнения отображают следующие факты природы:

1. Переменное магнитное поле создаёт электрическое поле.
2. В природе нет магнитных зарядов.
3. Магнитное поле создаётся движущимися зарядами и переменным электрическим полем.
4. Заряды создают электрическое поле.

К этим уравнениям добавляется следующее выражение:

$D = \mathrm{E}\mathrm{E}_0 E$, $B = \mu\mu_0 H$, $j = \sigma E$

E , μ , σ — характеризуют свойства среды

Магнитное поле в веществе

Если проводники, по которым текут токи, расположить в какой-то среде, а не в вакууме, то магнитное поле изменится, так как все вещества являются магнетиками. Это свойство объяснил Ампер, он предположил, что в веществе циркулируют некие круговые токи, и каждый такой ток обладает магнитным моментом. В отсутствие внешнего поля все эти магнитные моменты ориентированы хаотически, суммарный магнитный момент вещества равен нулю и вещество не намагничивается. Во внешнем поле эти магнитные моменты выстраиваются преимущественно вдоль поля, суммарный магнитный момент не равен нулю и вещество намагничивается. Количественной характеристикой при этом является так называемая намагниченность I . $I = \frac{\sum_{\Delta V} P_m}{\Delta V}$ - суммарный магнитный момент единицы объема. Можно показать, что напряженность H вводится следующим образом.

$$\boxed{H = \frac{B}{\mu_0} - I}$$

Оказывается, что I намагниченность, также зависит от H : $I = \chi H$

$$H = \frac{B}{\mu_0} - \chi H \quad \rightarrow \quad H(1+\chi) = \frac{B}{\mu_0}$$

$$H = \frac{B}{\mu_0(1+\chi)} \quad \mu = 1+\chi \;\; ; \quad H = \frac{B}{\mu_0 \mu} \quad B = \mu\mu_0 H$$