По плоскости $\sigma = const$ ($\sigma = \lim\limits_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta S}$)

Воспользуемся теоремой Гаусса.
S — цилиндр, образующая которого перпендикулярна плоскости, а точка A лежит на одном из его оснований.

$$Левая\,часть = \oint\limits_{(Ц)} E_n dS = \int\limits_{основание\ левое ц.} E_n dS + \int\limits_{основание правое ц.} dS + \int\limits_{бок\ пов. ц.} E_n dS = 2 \int\limits_{основание\ правое ц.} E_n dS + O =$$

, т. к. цилиндр расположен симметрично относительно плоскости.

$$= 2 \int\limits_{осн.\ правле ц.} EdS = 2E \int\limits_{осн.} dS = 2ES_{осн}$$

$$Правая\,часть = \frac{1}{\mathrm{E}_0} \sigma S_{осн}$$

$$Л.ч. = П.Ч \Rightarrow 2ES_{осн} = \frac{1}{\mathrm{E}_0} \sigma S_{осн} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\mathrm{E}_0}$$

Напряженность поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью.

Замечание: $\vec{E} = const$ в любой точке $\Rightarrow$
В случае реально заряженной плоскости, эта формула справедлива для точек, расстояние для плоскости от которой значительно меньше, чем расстояние до краёв.

Напряженность поля двух плоскостей.

$\vec{E}$ 2-х плоскостей
$E_+ = E_-$, $\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$

$$E = 2 \frac{\sigma}{2\mathrm{E}_0} = \frac{\sigma}{\mathrm{E}_0}$$

Напряженность поля равномерно заряженного бесконечно длинного цилиндра (нити)

Определение: $\lambda = \lim\limits_{\Delta h \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta h}$, $[\lambda] = \frac{Кл}{м}$

а) Точка вне цилиндра, то есть $r > R$.
$\vec{E}_A = ?$
В качестве произвольно заданной поверхности возьмём цилиндр, радиусом r, имеющий такую-же ось, как и заряженного цилиндра.

$$Л.ч. = \oint\limits_{ц.Р} E_n dS = \int\limits_{осн.верх.ц.} E_n dS + \int\limits_{осн.нижн.ц.} E_n dS + \int\limits_{бок.пов} E_n ds = E \int\limits_{бок.пов.} dS = ES_{бок.пов.} = E 2\pi r h$$

$$П.ч. = \frac{1}{\mathrm{E}_0} \sum_i q_i = \frac{1}{\mathrm{E}_0} \lambda h$$

$$Л.ч. = П.ч. \Rightarrow E 2\pi r h = \frac{1}{\mathrm{E}_0} \lambda h$$

б) Внутри ($r<R$)

$Л.ч.=E2\pi r h$

$П.ч.=\frac{1}{Е_0}\sum_{i=внутриц.} q_i=0$

$\Rightarrow E=0$

Цель: Используя связь напряженности и разности потенциалов

$\varphi_1-\varphi_2=\int_{(.)1}^{(.)2} Erdr$ для полей создаваемых: плоскостью, сферой, цилиндром.

В качестве траекторий, соединяющей точки 1 и 2 вдоль которой вычислять интеграл наиболее удобно. Траекторию можно взять любую, так как сила кулона консервативна.

1. На участке $1\to 2'$ $E_2=0$, так как $\vec{E}\,перпендикулярна\,d\vec{r}$

   $2'\to 2$ $E_2=E=\frac{\sigma}{2Е_0}$

   $\varphi_1-\varphi_2=\int_{(,)1}^{(.)2'} E_r dr+\int_{(.)2'}^{(.)2_r} dr=\frac{\sigma}{2Е_0}\int_{(.)2'}^{(.)2} dr=\frac{\sigma}{2Е_0}\int_{x}^{x_2} dx=\frac{\sigma}{2Е_0}(x_2-x_1)$

   $\varphi_1-\varphi_2=\frac{\sigma}{2Е_0}(x_2-x_1)$
2. Поле создаётся равномерно заряженной сферой

   (.) 1 и (.) 2 вне сферы

   $\varphi_1-\varphi_2=\frac{Q}{4\pi Е_0}(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2})$
3. Поле создаваемое заряженным цилиндром(нитью)

   $E=0\Rightarrow\varphi_1-\varphi_2=0\Rightarrow\varphi_1=\varphi_2$ $\varphi=const$

   $\varphi_1-\varphi_2=\int_{(.)2'}^{(.)2} E_r dr=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\lambda}{2\pi Е r}dr=\frac{\lambda}{2\pi Е_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r}=\frac{\lambda}{2\pi Е_0}\ln r=\frac{\lambda}{2\pi Е_0}\ln\frac{R_2}{R_1}$

   Разность потенциалов поля, создаваемого одномерно заряженным цилиндром(нитью).