**Работа силы.**
**Мощность.**

**1. Поступательное движение.**

Рассмотрим материальную точку движущуюся по некоторой траектории. Пусть на точку действует сила $\vec{F}$ , $A=|\vec{F}|S\cos\alpha$

$\partial A=(\vec{F}\partial\vec{r})$ => $\partial A=F\partial r\cos(\vec{F}\partial\vec{r})$

Чтобы вычислить работу на участке от точки 1 до точки 2, нужно траекторию разделить на бесконечно-малые участки $\partial r$ , на каждом участке вычислить элементарную работу и все эти элементарные работы сложить. Таким образом, работа на участке 1, 2 это сумма элементарных работ.

$$A_{1\to 2}=\int_1^2 \partial A=\int_1^2 \vec{F}\partial\vec{r}$$

Работа силы F: $A_{1\to 2}=\int_1^2 F_r\partial r$ , [A] = Н * м = Дж

1. Если на тело действует несколько сил, то каждая из сил совершает свою работу.
2. Знак работы зависит от знака проекции $F_r$ , если сила препятствует перемещению $F_r$ , работа меньше нуля.
3. Сила постоянна, а движение по прямой

$\vec{F}=const$

$$A_{1\to 2}=\int_1^2 F\cos\alpha\partial r=F\cos\alpha\int_1^2 \partial r=F r_{12}\cos\alpha$$

4. Мощность — это работа, совершаемая за единицу времени

$$N=\frac{\partial a}{\partial t}\quad,\quad N=\frac{\vec{F}\partial\vec{r}}{\partial t}=\vec{F}\frac{\partial\vec{r}}{\partial t}=\vec{F}\vec{V}$$

**2. Вращательное движение.**

$\partial\varphi$ , $\partial A=F\partial r=F r\partial\varphi=M\partial\varphi$

$A_{1\to 2}=\int_1^2 M_\varphi\partial\varphi$ , $M_\varphi$ это проекция $\vec{M}$ на $\partial\vec{\varphi}$

**Аналогия, между поступательным и вращательным движением.**

| Поступательное | Вращательное |
|---|---|
| $\partial\vec{r}$<br>$\vec{V}=\frac{\partial\vec{r}}{\partial t}$<br>$\vec{a}=\frac{\partial\vec{V}}{\partial t}=\frac{\partial^2\vec{r}}{\partial t}$ $(\vec{V}'=\vec{r}'')$<br><br>$m$<br>$\vec{F}$ | $\partial\vec{\varphi}$<br>$\vec{\omega}=\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial t}$<br>$\vec{\epsilon}=\frac{\partial\vec{\omega}}{\partial t}=\frac{\partial^2\vec{\varphi}}{\partial t^2}$ $(\vec{\omega}'=\vec{\varphi}'')$<br><br>$I$<br>$\vec{M}$ |

| | |
|---|---|
| $A_{1\to 2}=\int\limits_1^2 (\vec{F}\,\partial\,\vec{r})$<br>$\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}$<br>$\vec{p}=m\vec{V}$<br>$W_{кин}=\frac{mV^2}{2}$ | $A_{1\to 2}=\int\limits_1^2 (\vec{M}\,\partial\,\vec{\varphi})$<br>$\vec{\epsilon}=\frac{\vec{M}}{I}$<br>$\vec{L}=I\,\vec{\omega}$<br>$W_{кин}=I\,\frac{\omega^2}{2}$ |

## Примеры вычисления работ некоторых сил

**1. Работа силы тяжести.** $\vec{F}=m\vec{g}$

Пусть тело перемещается по некоторой траектории из точки 1 в точку 2. Найти работу.

$$A=\int\limits_1^2 (\vec{F}\,\partial\,\vec{r})$$

$$(\vec{F}\,\partial\,\vec{r})=F_x\,\partial\,x+F_y\,\partial\,y+F_z\,\partial\,z=0+0+(-mg)\,\partial\,z=-mg\,\partial\,z$$

$$A_{1\to 2}=\int\limits_{z_1}^{z_2}(-mg\,\partial\,z)=-mg\int\limits_{z_1}^{z_2}\partial\,z=-mg\,z\vee\text{¿}\,z_1\,\text{¿}\,z_2=mgz_1-mgz_2$$

Если $z_1 = z_2$, то $A=0$

$$A_{1\to 2}=mg(z_1-z_2)$$

**2. Работа силы упругости.** $F_{упр}=k|x|$ , x — величина деформации, k — коэффициент жесткости.

$$(\vec{F}\,\partial\,\vec{r})=F_x\,\partial\,x=(-kx)\,\partial\,x$$

$$A_{1\to 2}=\int\limits_{x_1}^{x_2}(-kx)\,\partial\,x=-k\int\limits_{x_1}^{x_2}x\,\partial\,x=-k\,\frac{x^2}{2}\vee\text{¿}\,x_1\,\text{¿}\,x_2=\frac{kx_1^2}{2}-\frac{kx_2^2}{2}$$

$$A_{1\to 2}=\frac{kx_1^2}{2}-\frac{kx_2^2}{2}$$

**3. Работа сил тяготения и кулона.**

**а) Сила тяготения**

$$F_{21}=G\,\frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}$$

$$\vec{F}_{21}=-G\,\frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}\,\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}\quad\left(\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}-единичный\,вектор\right)$$

**б) Сила Кулона**

$$\vec{F}_{21}=k\,\frac{q_1 q_1}{z_{12}^2}\,\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$$

Если $q_1$ и $q_2$ одного знака, то $\vec{F}_{21}\uparrow\uparrow\vec{r}_{12}$

Если $q_1$ и $q_2$ разных знаков, то $q_1 q_2<0$ и $\vec{F}_{21}\uparrow\downarrow\vec{r}_{12}$

$$(\vec{F}\,\partial\vec{r})=\frac{\alpha}{r^3}(\vec{r}\,\partial\vec{r})=\frac{\alpha}{r^3}r\underbrace{\partial r\cos\alpha}_{\partial r_2}=\frac{\alpha}{r^3}r\,\partial r=\frac{\alpha}{r^2}\partial r$$

$\partial r_2$ - проекция $\partial\vec{r}$ на $\vec{r}$

$\partial r_2 \rightarrow \partial r$

$$A_{тяготения\,1\rightarrow 2}=\frac{-G\,m_1 m_2}{r_1}-\frac{-G\,m_1 m_2}{r_2}$$

$$A_{кулона\,1\rightarrow 2}=\frac{K\,q_1 q_2}{r_1}-\frac{K\,q_1 q_2}{r_2}$$

**4. Работа силы трения**

$F_{трения}=\mu N=const$

$\partial A=(\vec{F}\,\partial\vec{r})=\mu N\,\partial r\cos(180)=-\mu N\,\partial r$

$$A_{1\rightarrow 2}=\int_1^2(-\mu N)\partial r=-\mu N\int_1^2\partial z=-\mu N l_{12}$$

$A_{1\rightarrow 2}=-\mu N l_{12}$