

Проводники в электростатическом поле

Проводник — это вещество содержащее в нормальных условиях свободный электрический заряд.

Свободными называются заряженные частицы, способные перемещаться под действием электрического поля, по всему объему проводника.

При помещении проводника в электрическое поле его свободные заряды перемещаются, и располагаются на его поверхности. При этом, внутри проводника поле исчезает. Если это было не так, то свободные заряды продолжали бы двигаться. Таким образом внутри проводника напряженность равна нулю, а потенциал постоянен.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int E_1 dr = 0 \Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2$$

Свойства проводника, помещённого в электрическое поле.

1. Каждая точка проводника имеет одинаковый потенциал. Весь объем проводника эквипотенциален.
2. В каждой точки внутри проводника напряженность поля равна нулю.
3. Индуцированные заряды располагаются на поверхности проводника.

т. Гаусса: $\oint_{(\Delta V)} E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i: \text{внутри } \Delta V} q_i$

$$E=0 \Rightarrow \sum_{i: \text{внутри } \Delta V} q_i = 0, \text{ для любого } \Delta V$$

4. Силовые линии вблизи поверхности проводника, перпендикулярны поверхности. На поверхности $\varphi = \text{const}$
Силовые линии перпендикулярны эквипотенциальной поверхности
силовые линии перпендикулярны поверхности проводника
5. Напряженность поля вблизи поверхности проводника равна $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$, где σ —

поверхностная плотность индуцированных зарядов.

Доказательство: применим теорему Гаусса для маленького цилиндра вблизи проводника.

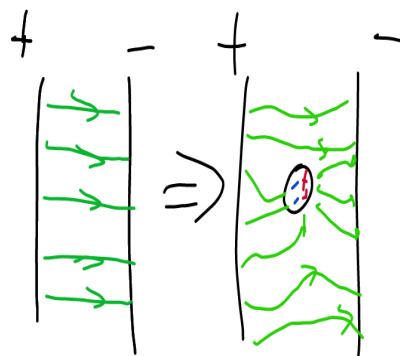
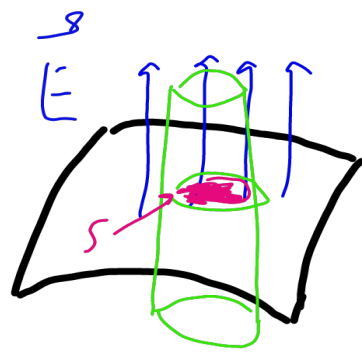
$$\oint_{\text{пов-ть } \varphi} E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i: \text{внутри } \varphi} q_i \quad \text{л. ч.} = \text{поток через верхнее основание.}$$

$$= E \int_{\text{верхнее осн.}} dS = E S_{\text{осн}}$$

$$n. \text{ ч.} = \frac{\sigma S}{\epsilon_0} = \frac{\sigma S_{\text{осн}}}{\epsilon_0}$$

$$E S_{\text{осн}} = \sigma S_{\text{осн}} \epsilon_0$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$



Вблизи более искривлённых поверхностей заряженного проводника напряженность поля больше.

Електроёмкость проводника. Електроёмкость конденсатора. **Електроёмкости конденсаторов разной формы. Соединение конденсаторов.**

Определение: электроёмкостью проводника, называется отношение заряда проводника, сообщенного проводнику, к потенциалу проводника.

$$C = \frac{Q}{\Phi} \quad - \text{электроёмкость проводника}$$

$Q = C \Phi$ - коэффициент пропорциональности между потенциалом и зарядом проводника.

$$[C] = \frac{Kл}{В} = Ф \quad - \text{фарада}$$

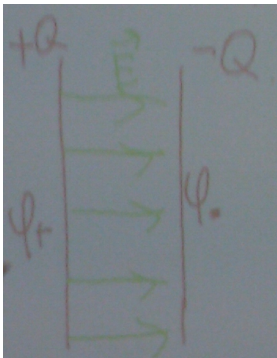
Електроёмкость проводника не зависит от заряда потенциала, а зависит от формы и размеров проводника и от электрических свойств, окружающих проводник-тело (от наличия диэлектриков и проводников).

Конденсатор — устройство, служащее для накопления электрического заряда. Он состоит из двух (нескольких) проводящих поверхностей, разделённых диэлектриком.

Плоский конденсатор — две параллельные, близко расположенные пластины. Между конденсаторами однородное электрическое поле.

Електроёмкостью конденсатора называется отношение заряда его положительной пластины к разностью потенциала между пластинами.

Електроёмкость конденсатора не зависит от его заряда и напряжения, а зависит от его геометрических размеров свойств диэлектрика (от свойств окружающих тел электроёмкость конденсатора не зависит).



$$C = \frac{Q}{\Phi_- - \Phi_+} = \frac{Q}{U}$$

Получим формулу электроёмкости для некоторых систем.

1. Шар, R, в д-ке с E

$$C_{\text{шара}} = \frac{Q}{\Phi_{\text{шара}}}, \quad \Phi_{\text{шара}} = k \frac{Q}{RE}, \quad C_{\text{шара}} = \frac{Q}{kQ/RE} = \frac{R}{K} = 4\pi E_0 E R$$

$$C_{\text{шара}} = 4\pi E_0 E R$$

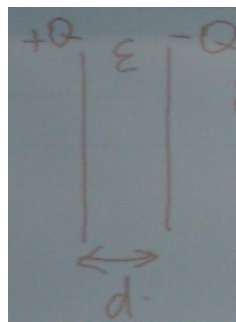
2. Плоский конденсатор.

S — площадь каждой пластины

$$C_{\text{пл}} = \frac{Q}{\Phi_+ - \Phi_-}$$

$$\Phi_+ - \Phi_- = E d$$

$$E = \frac{\sigma}{E_0 E} \quad \sigma = \frac{Q}{S}$$



$$C_{nl} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}$$

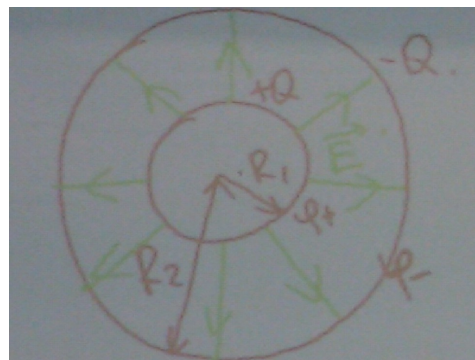
3. Сферический конденсатор

$$C_{сф} = \frac{Q}{\varphi_+ - \varphi_-}$$

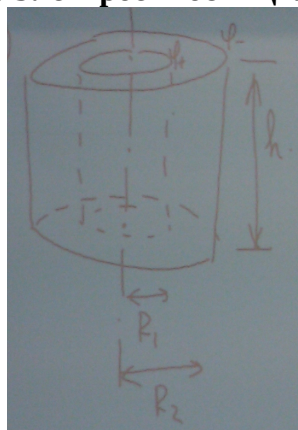
$$\varphi_+ - \varphi_- = k \frac{Q}{R_1} - k \frac{Q}{R_2}$$

$$C_{сф} = \frac{Q}{kQ \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)} = 4\pi \epsilon_0 \epsilon \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

Замечание: если $R_2 - R_1 \ll R_1$, это значит, что толщина слоя равна



4. Ёмкость цилиндрического конденсатора



$$C_y = \frac{Q}{\varphi_+ - \varphi_-}$$

$$\varphi_+ - \varphi_- = 2k\lambda \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$\lambda = \frac{Q}{h}$$

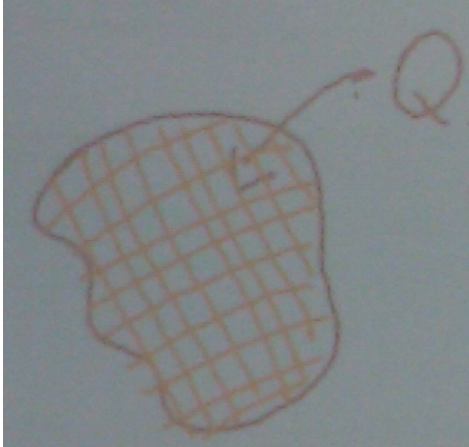
$$C_y = \frac{\pi h}{2 \frac{k\lambda}{\epsilon} \ln \frac{R_2}{R_1}} = 2\pi \epsilon_0 \epsilon \frac{h}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

$$C_y = 2\pi \epsilon_0 \epsilon \frac{h}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

Энергия заряженного конденсатора. Объемная плотность энергии электрического поля.

n зарядов $q_1, q_2, \dots, q_n \Rightarrow W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i$, φ_i — это потенциал, создаваемый всеми зарядами кроме i -того, в точке, где находится i .

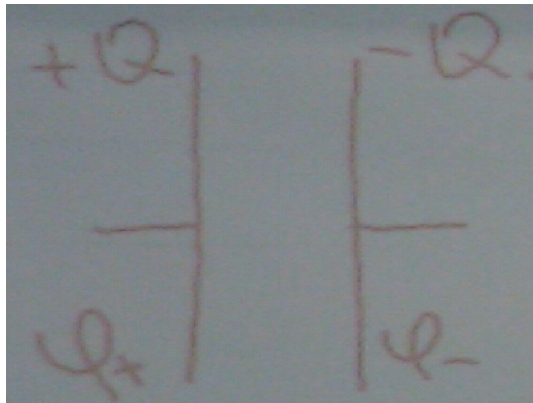
1. Энергия заряженного проводника



$$W = \frac{1}{2} \sum q_i \varphi_i = \frac{1}{2} \varphi \sum q_i = \frac{1}{2} \varphi Q$$

$$W = \frac{Q \varphi}{2}$$

2. Энергия конденсатора



$$W = \frac{1}{2} (Q \varphi_+ + (-Q) \varphi_-) = \frac{Q}{2} (\varphi_+ - \varphi_-) = \frac{QU}{2}$$

$$W = \frac{QU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

Энергия заряженного конденсатора представляет собой энергию электрического поля, находящуюся между его обкладками.

Выразим W через характеристики поля.

$$\left\{ \begin{array}{l} W = \frac{CU^2}{2} \\ C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d} \\ U = Ed \end{array} \right\} \Rightarrow W = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d} E^2 d^2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} d S = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} V, \quad V = dS$$

V — объем электрического поля

Объемной плотностью энергии электрического поля называется $\omega = \frac{\lim_{\Delta V \rightarrow 0} \Delta W}{\Delta V}$,

$[\omega] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}$. Эта величина характеризует энергию сосредоточенную в единице объёма электрического поля.

$$\omega = \frac{W}{V} = \epsilon_0 \epsilon \frac{E^2}{2}, \quad \omega = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} \text{ - объемная плотность энергии электрического поля}$$

$$W_{\text{в объеме } V} = \int_{\text{объем } V} \omega dV \text{ , (аналогично: } m = \int_{\text{объем } V} \rho dV \text{)}$$